

$f(x) dx$

PAU CANARIAS FACIL

MATERIAL EDUCATIVO PREMIUM

$\lim$

$\sum a_n$

Examen resuelto

paso a paso

$f'(x)$

$n!$

e^x

BLOQUE · ANÁLISIS

dy/dx

π

Junio 2026

Matemáticas II

θ

d/dx

$x^2 + y^2 = r^2$

paucanariasfacil.com

JUNIO 2026

Bloque: Análisis

Bloque 1.- Análisis I (La barredora de ceniza volcánica)

1. Tras la erupción del volcán Tajogaite (La Palma, 2021) un equipo de ingenieros ha desarrollado un prototipo de barredora marítima para recoger la ceniza que llega al mar, con una capacidad de $0.5 \text{ km}^2/\text{hora}$. Para la construcción del prototipo, se ha modelizado mediante $f(t)$ la superficie afectada por la mancha de ceniza en km^2 , siendo t los días transcurridos desde que comienzan la monitorización de la mancha marítima.

$$f(t) = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5$$

- Estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo propuesto.
¿Existe algún valor extremo en el modelo? En caso afirmativo, ¿cuál es el tamaño de la mancha de ceniza en ese punto?
- Un técnico del equipo afirma que no hará falta la intervención de medios de limpieza ya que pasado un tiempo la mancha desaparecerá. ¿Es cierta esta afirmación? Justificar la respuesta.
- La barredora se pone en funcionamiento el cuatro día después de comenzar a monitorizar la mancha. Si la superficie de la mancha no recibiera más ceniza y se mantuviera constante a partir de ese día, ¿cuánto tiempo tardaría la barredora en eliminar la mancha de ceniza?

a) Crecimiento y decrecimiento de la función

$f(t)$ = superficie (Km^2)

t = días desde que comienza la monitorización

$$f'(t) = \frac{10(2t^2+4) - 4t(10t+5)}{(2t^2+4)^2} = \frac{-20t^2-20t+40}{(2t^2+4)^2} = 0$$

$$20t^2 + 20t - 40 = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow t = 1 \\ \searrow t = -2 \end{matrix}$$

Extremos (máximos y mínimos) : M (0, 6.25)

$$f(1) = \frac{10 \cdot 1 + 5}{2 \cdot 1^2 + 4} + 5 = 7,5$$

La función crece en el intervalo $(0,1)$ y decrece $(1, \infty)$ y tiene un máximo el día 1, con un tamaño de $7,5 \text{ Km}^2$

Bloque 1.- Análisis I (La barredora de ceniza volcánica)

1. Tras la erupción del volcán Tajogaite (La Palma, 2021) un equipo de ingenieros ha desarrollado un prototipo de barredora marítima para recoger la ceniza que llega al mar, con una capacidad de $0.5 \text{ km}^2/\text{hora}$. Para la construcción del prototipo, se ha modelizado mediante $f(t)$ la superficie afectada por la mancha de ceniza en km^2 , siendo t los días transcurridos desde que comienzan la monitorización de la mancha marítima.

$$f(t) = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5$$

- Estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo propuesto. ¿Existe algún valor extremo en el modelo? En caso afirmativo, ¿cuál es el tamaño de la mancha de ceniza en ese punto?
- Un técnico del equipo afirma que no hará falta la intervención de medios de limpieza ya que pasado un tiempo la mancha desaparecerá. ¿Es cierta esta afirmación? Justificar la respuesta.
- La barredora se pone en funcionamiento el cuatro día después de comenzar a monitorizar la mancha. Si la superficie de la mancha no recibiera más ceniza y se mantuviera constante a partir de ese día, ¿cuánto tiempo tardaría la barredora en eliminar la mancha de ceniza?

b) *Asíntota horizontal*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5 = \lim_{t \rightarrow \infty} = \frac{10t + 5 + 10t + 20}{2t^2 + 4} = 5$$

La afirmación es falsa, a lo largo del tiempo la mancha tiende a estabilizarse en una mancha de 5 km^2

Bloque 1.- Análisis I (La barredora de ceniza volcánica)

1. Tras la erupción del volcán Tajogaite (La Palma, 2021) un equipo de ingenieros ha desarrollado un prototipo de barredora marítima para recoger la ceniza que llega al mar, con una capacidad de $0.5 \text{ km}^2/\text{hora}$. Para la construcción del prototipo, se ha modelizado mediante $f(t)$ la superficie afectada por la mancha de ceniza en km^2 , siendo t los días transcurridos desde que comienzan la monitorización de la mancha marítima.

$$f(t) = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5$$

- Estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo propuesto.
¿Existe algún valor extremo en el modelo? En caso afirmativo, ¿cuál es el tamaño de la mancha de ceniza en ese punto?
- Un técnico del equipo afirma que no hará falta la intervención de medios de limpieza ya que pasado un tiempo la mancha desaparecerá. ¿Es cierta esta afirmación? Justificar la respuesta.
- La barredora se pone en funcionamiento el cuatro día después de comenzar a monitorizar la mancha. Si la superficie de la mancha no recibiera más ceniza y se mantuviera constante a partir de ese día, ¿cuánto tiempo tardaría la barredora en eliminar la mancha de ceniza?

c) Calcular $f(4)$

$$f(4) = \frac{10 \cdot 4 + 5}{2 \cdot 4^2 + 4} + 5 = 6,25 \text{ Km}^2$$

$$1h \text{ ————— } 0,5 \text{ Km}^2$$

$$x \text{ ————— } 6,25 \text{ Km}^2$$

$$x = \frac{6,25 \times 1}{0,5} = 12,5 \text{ h}$$

La barredora tardaría 12,5 h en eliminar la mancha de ceniza

Bloque 4.- Análisis II (seleccione solo una pregunta)

4A. Calcular la siguiente integral definida:

$$\int_1^2 x e^x dx$$

4B. Dada la siguiente función $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2}, & x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}}, & x \geq 1 \end{cases}, \text{ con } a, b \in \mathbb{R}$$

Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.
Dar la expresión de la función resultante.

4A) Resolver integral por partes

$$\int x \cdot e^x dx = \left[\begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ v = e^x & dv = e^x \end{array} \right]$$

$$= \int x \cdot e^x = x \cdot e^x - \int e^x dx = \left[x \cdot e^x - e^x \right]_1^2 = (2 \cdot e^2 - e^2) - (e - e) = e^2$$

$$\int x \cdot e^x dx = e^2$$

Bloque 4.- Análisis II (seleccione solo una pregunta)

4A. Calcular la siguiente integral definida:

$$\int_1^2 x e^x dx$$

4B. Dada la siguiente función $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2}, & x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}}, & x \geq 1 \end{cases}, \text{ con } a \text{ y } b \in \mathbb{R}$$

Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.
Dar la expresión de la función resultante.

4B) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & x \geq 1 \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \text{Dom } F(x) = \mathbb{R} - (2) & \text{Continua para todo el intervalo} \\ \text{Dom } F(x) = \mathbb{R} - (0) & \text{Continua para todo el intervalo} \end{array}$$

I) Estudio de la continuidad en $x = 1$

$$f(1) = a + \frac{b}{1} = a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 1 + \frac{a}{x-2} = 1 + \frac{a}{-1} = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} a + \frac{b}{1} = a + b$$

$$\begin{array}{l} 1 - a = a + b \\ \boxed{1 - b = 2a} \end{array}$$

II) Estudio de la derivabilidad en $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-a}{(x-2)^2} & x < 1 \\ -\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot b & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-a}{1} = -a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-b}{2} = \frac{-b}{2}$$

$$\begin{array}{l} -a = \frac{-b}{2} \\ \boxed{2a = b} \end{array}$$

III) Resolver sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 1 - b = 2a \\ 2a = b \end{cases}$$

$$1 - 2a = 2a$$

$$4a = 1 \quad a = \frac{1}{4}$$

$$b = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

La función es continua y derivable en $x=1$ para los valores de $a = \frac{1}{4}$ y $b = \frac{1}{2}$